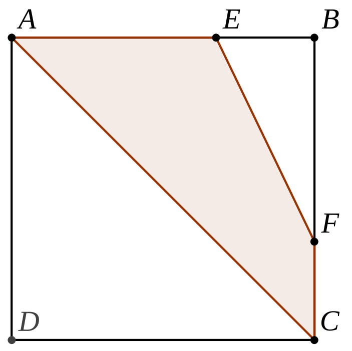
EXERCICE 1

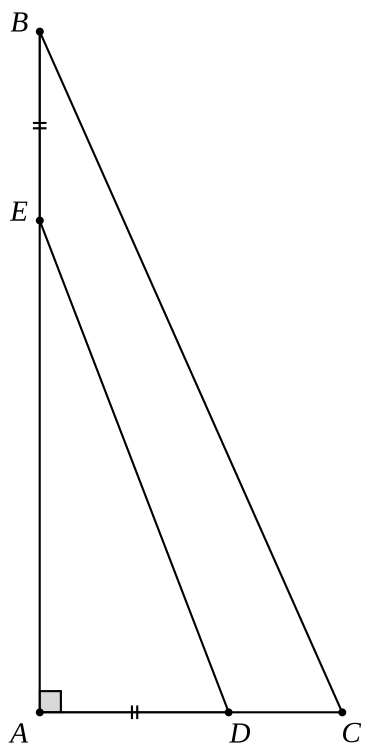
$ABCD$ est un carré de côté 4 cm, E est un point du segment $[AB]$ et F est un point de $[BC]$. On suppose que : $BE = CF = x$.



1. Dans quel intervalle varie x ?
2. Calculer l'aire du triangle BEF en fonction de x.
3. On désigne par $f(x)$ l'aire du quadrilatère $AEFC$. Montrer que $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2x + 8$.
4. Etudier les variations de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
5. Tracer la courbe de la fonction f dans un repère bien choisi.

EXERCICE 2

Dans un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 18$ m et $AC = 8$ m, on place les points D et E respectivement sur $[AC]$ et $[AB]$ tels que $AD = BE = x$.



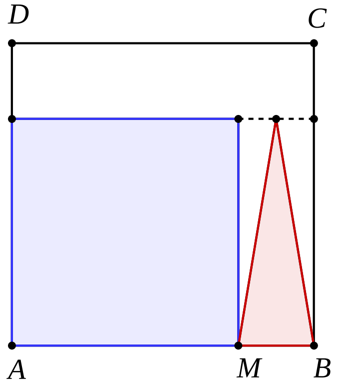
Déterminer x pour que l'aire du triangle ADE soit égale à la moitié de celle du triangle ABC.

EXERCICE 3

Le carré $ABCD$ a un côté de longueur 8 cm. M est un point du segment $[AB]$. On dessine dans le carré $ABCD$:

- un carré de côté $[AM]$
- un triangle isocèle de base $[MB]$ et dont la hauteur a la même mesure que le côté [AM] du carré.

On s'intéresse aux aires du carré, du triangle, du motif constitué par le carré et le triangle.



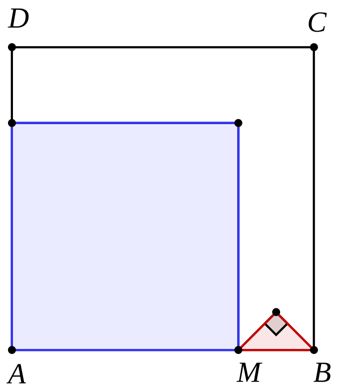
Problème 1 : On voudrait que le motif ait une aire égale à la moitié de celle du carré $ABCD$. Quelles dimensions faut-il donner au motif ?
Problème 2 : Est-il possible que l'aire du triangle soit égale à l'aire du carré ?
Problème 3 : Est-il possible de faire en sorte que l'aire du triangle soit la plus grande possible ? Si oui préciser dans quel(s) cas ?
Problème 4 : Est-il possible de faire en sorte que l'aire du triangle soit plus grande que l'aire du carré ? Si oui préciser dans quels cas c'est possible.
Problème 5 : Comment évolue l'aire du motif en fonction de AM ? en fonction de MB ?

EXERCICE 4

Le carré $ABCD$ a un côté de longueur 8 cm. M est un point du segment $[AB]$. On dessine dans le carré $ABCD$:

- un carré de côté $[AM]$
- un triangle rectangle isocèle de base $[MB]$.

On s'intéresse aux aires du carré, du triangle, du motif constitué par le carré et le triangle.



Problème 1 : Est-il possible de faire en sorte que l'aire du triangle soit égale à l'aire du carré ? Si oui préciser dans quels cas c'est possible.
Problème 2 : Est-il possible de faire en sorte que l'aire du motif soit la plus grande possible ? la plus petite possible ? Si oui dans quels cas ?

EXERCICE 5

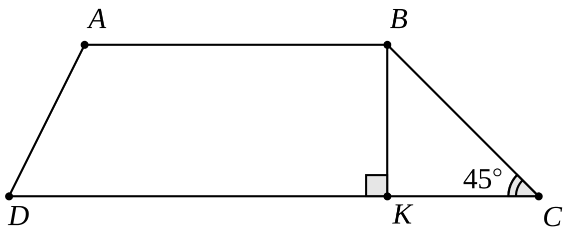
Calculer la longueur de chacun des côtés d'un rectangle de périmètre 221 m et d'aire 2226 m^2.

EXERCICE 6

Déterminer la largeur, la longueur et l'aire d'un rectangle de 28 cm de périmètre inscrit dans un cercle de 5 cm de rayon.

EXERCICE 7

On considère un trapèze $ABCD$ de hauteur $[BK]$ tel que $CK = a$ cm, $KD = 42$ cm, $AB = 2a$ cm et $\widehat{BCD} = 45°$.



Déterminer le nombre réel a pour que l'aire de ce trapèze soit égale à 180 cm^2.

EXERCICE 8

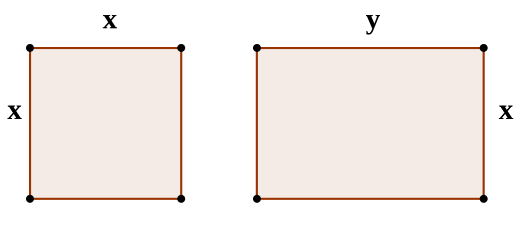
Une pelouse a la forme d'un rectangle dont la longueur est le double de la largeur. Une allée de 3 m de large entoure cette pelouse. Calculer la largeur de la pelouse, sachant que l'aire totale, pelouse et allée, est de 360 m^2.

EXERCICE 9

On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient les côtés consécutifs d'un rectangle de 20 cm^2 ?

EXERCICE 10

Un agriculteur dispose de 1600 m de grillage avec lesquels il souhaite clôturer deux terrains : un carré de côté x et un rectangle de largeur x et de longueur y.

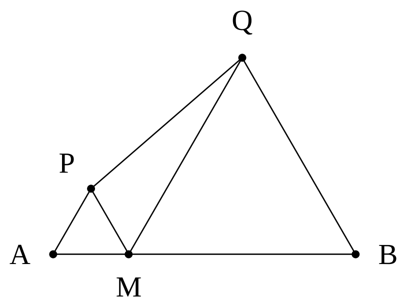


1. Calculer les dimensions du carré et du rectangle pour que l'aire des terrains clôturés soit maximale.
2. Donner la valeur de cette aire maximale.

EXERCICE 11

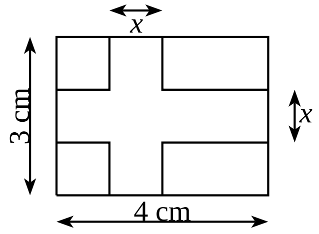
A et B sont deux points du plan tels que $AB = 1$. M est un point du segment $[AB]$. On construit dans le même demi-plan les points P et Q tels que AMP et MBQ soient des triangles équilatéraux.

1. Déterminer la position de M qui rend maximale l'aire du triangle MPQ.
2. Expliquer pourquoi cette position rend minimale l'aire du quadrilatère $ABQP$.



EXERCICE 12

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?

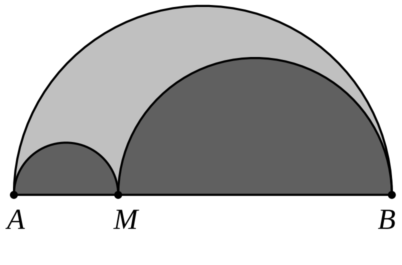


EXERCICE 13

Dans un repère orthonormé d'origine O, on considère le point M de coordonnées $(1\,;\,2)$, le point A de coordonnées $(a\,;\,0)$ (avec $a > 1$) et le point B de coordonnées $(0\,;\,b)$ tel que les points A, M et B soient alignés. Comment choisir a pour que l'aire du triangle OAB soit inférieure à 4,5 ?

EXERCICE 14

On considère un demi-cercle de diamètre $[AB]$ avec $AB = 5$. M est un point du segment $[AB]$. On construit les demi-cercles de diamètres $[AM]$ et $[MB]$ comme l'indique la figure ci-dessous.



1. Existe-t-il une position de M telle que l'aire de la surface gris clair soit égale aux $\dfrac{8}{25}$ de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$?
2. Existe-t-il une position de M telle que cette aire soit la moitié de l'aire du demi-disque de diamètre $[AB]$?

EXERCICE 15

On considère un segment $[AB]$ de longueur $2R$ (R est un réel positif donné) et de milieu O. On trace un demi-cercle de centre O et de rayon R. M est un point variable du segment $[OA]$ et on note x la distance OM. On trace un rectangle $MNPQ$, avec N et P sur le demi-cercle, et Q le symétrique de M par rapport à O.

1. Faire une figure.
2. A quel intervalle x appartient-il ?
3. Exprimer la longueur MN puis l'aire du rectangle en fonction de x et R.
4. On veut que l'aire du rectangle soit égale à la moitié de celle du demi-disque. Montrer que cela revient à résoudre l'équation :
$$4\,x^4 - 4\,R^2\,x^2 + \frac{\pi^2\,R^4}{16} = 0$$
5. En déduire la (ou les) valeur de x répondant au problème.